

## **I. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

### **Цели и задачи математического образования**

Принятие Правительством Российской Федерации Концепции развития математического образования в стране накладывает особые обязательства на формирование в данный период программно-методических документов, относящихся к математическому образованию. Концепция предлагает ряд направлений модернизации, которые отражены в представляемых материалах.

Важнейшей отличительной чертой настоящего документа следует считать отсутствие разбиения результатов по предметам. В место этого вводится понятие «математической компетентности» как совокупности знаний, умений и навыков в области математики, получаемых в процессе обучения на уроках математики, алгебры, геометрии, физики, информатики. Такой подход обусловлен многими факторами, среди которых принятие Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС), государственная итоговая аттестация (далее – ГИА) за 9-ый и 11-ый классы, радикальное изменение уровня информатизации и вообще оснащения школы именно за прошедшее десятилетие, и, конечно, идущие в мире и России процессы модернизации содержания образования. Нельзя не учитывать и все более необходимую математическую грамотность специалистов в самых разных прикладных областях – от высокотехнологичных производств, создания программных продуктов до медицины.

Термин «компетентность» используется как уже устоявшийся в современной российской учебно-методической литературе и подчеркивающий способность применять математику в широком контексте. Также используется термин «образованность», как более традиционный и нейтральный.

Математическая компетентность формируется и используется в различных школьных предметах. Помимо предметов, традиционно объединяемых областью математики, к таким предметам основной школы относятся информатика и физика.

Внутри самой математической области формирование тех или иных умений также происходит в различных предметах, например, умение проводить алгебраические преобразования формируется и в алгебре, и при решении геометрических задач. Свой вклад вносит и освоение математики вне школы: при чтении популярной литературы, в повседневной практике. Поэтому имеет смысл говорить о достигаемой математической компетентности (образованности), а не о результатах «прохождения курса» геометрии или физики.

Таким образом, формирование математической компетентности является сферой ответственности, «совместного ведения» нескольких учителей одной образовательной организации, авторских коллективов нескольких учебников. Эта ситуация согласуется и с общими тенденциями современного (в частности, российского) образования, относящимися к метапредметным компетентностям, системам учебников и т. д.

Предъявляя требования к системе образования, мы фиксируем уровень математической компетентности, которой учащиеся должны обладать в те или иные моменты образовательного процесса. При этом мы исходим из (несколько огрубляющей) кумулятивной, суммирующей (интегрирующей) модели, где считается, что все элементы этой компетентности постоянно суммируются и не теряются в дальнейшем.

Существует потребность в фиксации и описании уровня математической компетентности по завершении каждого класса школы. При этом может потребоваться явное указание на то, что при реализации различных образовательных программ элементы такой компетентности могут достигаться в разные моменты (как правило – в соседних классах, в сегодняшней российской школе это так).

Описание по классам состоит в указании новых элементов компетентности, приобретаемых к завершению очередного класса. При формулировании результатов, относящихся к очередному классу предполагается, что сформированные ранее общие умения применяются для более широкого класса

объектов. Например, происходит переход от целых чисел к рациональным, от арифметических выражений к алгебраическим.

### **Особенности примерной программы**

Современное содержание курса математики и информатики начального образования, отраженное во ФГОС, базируется на фундаментальных понятиях математики и информатики: символа, совокупности («множества», где элементы могут повторяться) и цепочки (конечной последовательности), основных операциях над ними, понятиями логики (истинность, всеобщность, существование) и алгоритмики (выполнение, конструкции построения алгоритма). Все эти понятия осваиваются уже в начальной школе. Принципиальным является то, что осваиваемые объекты, операции, конструкции, действия всегда, когда это возможно, являются наглядными, доступными зрительному восприятию ребенка (на бумаге или на экране), а иногда даже и тактильному, и кинестетическому (когда объекты материализуются), и слуховому.

В частности, понятие числа подкрепляется наглядным образом: графически представленной совокупностью (мешком), площадью фигуры на клетчатой бумаге, процессом пересчета, представлением числа цепочкой его десятичной записи. Последнее представление естественно считать просто определением числа, однако в нем количественная сущность числа как раз теряет наглядность.

Наибольшую трудность требование наглядности вызывает при решении арифметических задач. Независимо от того, выучил учащийся таблицу умножения наизусть или использует висящую на стене, безошибочно ли он выполняет умножение в столбик, остается проблема сопоставления действий с числами с текстовым условием задачи или с реальной ситуацией. Для этого необходима внутренняя модель, формирующаяся в результате использования моделей внешних. Такими внешними моделями могут служить для натуральных чисел в пределах двадцати – площади полосок единичной ширины, в пределах сотни – площади прямоугольников, для больших чисел используются возможности компьютерного

«увеличительного стекла», позволяющего увеличивать отдельные участки числовой прямой. Отрицательные числа на диаграммах откладываются «вниз» и т. д.

В начальной школе постоянно решаются задачи построения совокупностей и цепочек, удовлетворяющих определенной системе условий. Среди этих задач имеются и классические задачи школьной комбинаторики. Они формулируются как (выполняемое систематически) построение всех объектов, удовлетворяющих условию, с последующим подсчетом числа получаемых объектов (что соответствует традиционным постановкам: «число сочетаний» и т. д.). В основной школе естественно продолжить эту линию в пятом классе, при этом будет закрепляться содержание начальной школы, в частности, числовые навыки. Далее возможно естественное продолжение этой линии при изучении теории вероятностей. «Школьные» задачи этой теории можно решать непосредственно вслед за повторением комбинаторики, как одно из применений инструмента деревьев из начальной школы и осваиваемого инструмента дробей (обыкновенных и десятичных). Понятие подстановки (одного выражения в другое, вместо какого-то символа, имени) естественно в контексте операций с цепочками и т. д. Оно также оказывается важнейшим в основной школе.

Основным применением математических понятий в начальной школе, наряду с изучением окружающего мира, является русский и иностранный языки, где аппарат цепочек используется постоянно.

Еще одним свойством, присущим математике в начальной школе, помимо наглядности, является дискретность большинства рассматриваемых объектов. Из чисел мы ограничиваемся целыми. Даже рассматривая геометрические фигуры и их площади, мы ограничиваемся многоугольниками с целочисленными вершинами. Графики представлены столбчатыми диаграммами и т. д.

Элементы современной математики, закладываемые в начальной школе, могут в основной школе все годы развиваться в линии «занимательных», «олимпиадных» задач различного уровня сложности. Тогда курс информатики, например, в 7-9 классах будет сосредоточен на серьезном опыте построения алгоритмов,

реализуемых компьютерными программами, и концептуально значимых теоретических определениях и результатах.

Важное место в математической компетентности, формируемой во время обучения в основной школе, занимают элементы, применение (и тем самым – освоение) которых традиционно начинается на уроках физики. В современном курсе физики активно используются понятия: перпендикулярности, параллельности, вектора (и «откладывания вектора от точки»), операций над векторами (в частности, разложения вектора по двум осям), тригонометрических функций (угла, меньшего развернутого), производной (скорости изменения), подобия (в частности – в оптике). Основным примером соответствия между функцией, ее производной, ее первообразной в школе является соответствие между положением тела, скоростью, ускорением изменения этого положения (полностью это соответствие изучается в случае движения с постоянным ускорением). Все это необходимо для изучения важнейших разделов физики и осваивается там при решении «текстовых задач».

При одном из вариантов построения курсов математики и физики данный материал вводится в рассмотрение курса математики после того, как он используется в курсе физики. Таким образом, его изучение в курсе математики логически может быть представлено, как «теоретическое осмысление», как система определений и доказательств для понятий, содержательно, интуитивно, наглядно уже освоенных (если это возможно, в случае понятий математического анализа такая возможность подвергается сомнению. Один из вариантов оставить математический анализ только в курсе физики.). Такой подход должен быть отражен в описании элементов математической компетентности по годам обучения. Разумеется, из него вытекает и специфика процесса освоения этого материала, учебной деятельности учащихся, работы учителя, материала учебников математики и физики.

Альтернатива может состоять в построении курсов физики и математики, где приложения в физике появляются после прохождения соответствующего материала в курсе математики. При таком построении, в частности, «векторная» физика начинается только в 9-ом классе, а весь геометрический материал,

подготовительный к «векторной» физике, проходится в математике (геометрии) до «векторной» физики или, в некоторых частях, (что даже предпочтительнее) параллельно с «векторной» физикой, с небольшим опережением.

Наконец, есть и еще одна альтернатива – более раннее изучение разделов геометрии, обеспечивающее «теоретическую» базу для физики. Это может быть сделано как с сохранением дедуктивной структуры современного («классического») курса геометрии, так и одновременно с его перестройкой.

Заметим, что использование математических инструментов (компьютера, калькулятора) приветствуется учителями физики, поскольку освобождает время для усвоения физического смысла рассматриваемых процессов. В частности, компьютерные математические инструменты позволяют естественно включать в курс физики и те геометрические понятия, о которых речь шла выше в наглядной, инструментальной форме, без полного теоретического обоснования.

Основными элементами математической компетентности, существенными как с точки зрения внутриматематических задач, так и с точки зрения приложений (прежде всего – в физике), являются следующие, распределенные по классам элементы. Распределение должно быть приемлемым с точки зрения внутренней логики, метапредметных и личностных результатов и формирования предметной компетентности, исходя из этого возможна следующая межпредметная синхронизация:

- ***Начальная школа.*** Осваивается логика математических рассуждений, использование имен, утверждений о существовании и всеобщности (через которые выражаются и утверждения типа «и», «или»). Вводятся структуры данных: линейные (цепочки) и иерархические (деревья) используемые в русском и иностранных языках (грамматика), история, биология (классификации); таблицы и столбчатые диаграммы, как один из инструментов представления данных, в том числе, о внешнем мире. Осваиваются измерения и анализ данных, в том числе автоматически получаемых цифровыми измерительными приборами; данные визуализируются на компьютере.

Осваиваются алгоритмы: в визуальной среде – использующие основные конструкции структурного программирования (без присваивания), в числовой среде – линейные с последовательным присваиванием: «решение арифметических задач по вопросам».

- **5-6 классы.** Изучаются рациональные числа, алгебраические выражения, уравнения, подстановка одного выражения в другое, эквивалентные преобразования. Формируется представление об уравнениях, отражающих закономерности (в частности, физические) реального мира. Выполняются задания, где, располагая математической формулировкой физической закономерности можно выразить одну переменную через другие, можно найти ее значения, имея значения этих других.

- **7 класс.** Появляется двумерная декартова плоскость (пока с рациональными координатами). Получают представление о функциях так, как это понимается в современной математике, в том числе, о функциях, заданных алгебраическими выражениями, и о функциях, возникающих в результате измерений, проводимых цифровыми датчиками в физических процессах (отчасти возможна замена на ручное измерение). Сопоставляются теоретические и экспериментальные кривые. Физические величины, по существу, одномерны.

- **8 класс.** Возникает представление о континууме действительных чисел, как отражающим физическую реальность. Полученные знания о пропорциональности геометрических объектов подкрепляются и используются в геометрической оптике.

- **9 класс.** Аппарат метрической геометрии (теорема Пифагора, расстояние на плоскости, теорема косинусов) и тригонометрии (тригонометрические функции углов меньше развернутого), векторной алгебры осваиваются параллельно в курсе математики, и их приложения – в курсе физики. В курсе физики – при изучении динамики происходит переход от «скалярных» к «векторным»

величинам: скорость, ускорение, сила становятся векторами (по существу – двумерными).

Исходя из прикладной значимости математики, в отечественных курсах рассматривались вопросы приближенных вычислений. Современный подход к соответствующему содержанию предполагает освоение следующих понятий:

- **Оценка.** В случае, когда для имен, входящих в математическое (в частности – алгебраическое) выражение известны ограничения на их численные значения, иногда бывает возможно сделать вывод об ограничениях на значение всего выражения. Например, если известны интервалы, в которых находятся слагаемые, то можно указать интервал, в котором заведомо находится сумма.

- **Прикидка.** В некоторых ситуациях, например, чтобы усомниться в правильности вычисления, человек высказывает не заведомо верное, но правдоподобное утверждение о значениях промежуточных результатов вычислений, а потом и о значении всего вычисляемого выражения. При этом могут использоваться и «физические соображения» о возможных значениях величин, имеющих «физический смысл».

- **Приблизительное значение.** Простейшим видом оценки является оценка, получаемая отбрасыванием всех знаков десятичной записи числа, начиная с некоторого (приближение с недостатком) или аналогичная операция, дающая «оценку сверху». Приблизительные значения десятичных чисел используются и в прикидке, при которой все время ведем «округление», прикидывая значения промежуточных результатов, отбрасывая младшие разряды.

Российский курс математики в своей основе построен, как курс решения задач. Задачи занимают существенное место и в курсе физики, как отмечено выше. Российский курс физики предполагает также важную роль эксперимента. Эту роль в последние десятилетия удалось сохранить, несмотря на материальные трудности,

которые испытывала школа. Возможности для эксперимента даже расширились за счет применения современных цифровых технологий.

С одной стороны, появилась возможность для виртуальных экспериментов, когда учащийся создает экспериментальную установку на экране компьютера и далее имеет возможность фиксировать ход процесса.

С другой стороны, что не менее ценно, появилась возможность для автоматизированного сбора данных. Сбор данных, их обработка и визуализация с использованием цифрового оборудования возможны в широком спектре школьных предметов: от биологии до истории, обществознания и литературы. Эти данные должны использоваться при формировании элементов математической компетентности, относящихся к статистике (математическому анализу данных) в курсах математики и информатики. Возможность цифрового измерения и визуализации данных является мощным средством в формировании элементов математической компетентности, относящихся к соответствию между реальными изменениями и их представлением на графике. В частности, установлена эффективность в таком формировании опыта, приобретаемого учащимся при физическом перемещении собственного тела или какого-то предмета и измерении расстояния до цифрового ультразвукового датчика. Возможным местом «предметной локализации» данного блока содержания может быть курс информатики.

Структуры алгоритмов и данных, традиционно осваиваемые в курсе информатики, определения сложности, как и доказательства невозможности в теории алгоритмов, безусловно, относятся к математическому образованию и должны быть представлены в рассматриваемой математической компетентности.

Геометрия остается уникальным школьным предметом, в котором могут развиваться способности учащегося к логическому мышлению и точной коммуникации при поддержке визуальной средой. Содержание этого предмета должно проектироваться, с учетом:

- развития визуального мышления, пространственного воображения;

- формирования математического словаря, относящегося к общекультурному багажу;
- уникального двухтысячелетнего источника и последующей интеллектуальной традиции, драмы идей, в которую имеет возможность погрузиться учащийся, уникальной красоты геометрических фактов, построений и доказательств;
- обеспечения каждого учащегося максимальным опытом самостоятельного доказывания, решения задач на построение;
- указанной выше задачи обоснования приложений геометрии в физике;
- применения геометрических понятий и фактов в повседневной и профессиональной деятельности
- полезности решения геометрических задач для развития навыков формульных вычислений, в частности, с повышенными (за счет геометрической интерпретации) возможностями контроля правильности результата.

Основная проблема преподавания геометрии в массовой школе сегодня состоит в том, что соответствие сложившейся образовательной практики перечисленной системе целей в полной мере не достигается. Фактически происходит не сбалансированное сокращение, при котором сохраняется традиционный объем геометрических понятий и фактов, но резко сокращенным (иногда до нуля) оказывается объем и сложность выполняемых учащимся заданий по доказыванию и решению задач на построение. Ощущается срочная необходимость в более сбалансированном подходе, при котором, в частности, будут сокращены некоторые содержательные (и традиционно считающиеся важными) геометрические линии с учетом перечисленных выше общих целей.

Это также должно найти отражение в описании математической компетентности.

Формирование математической компетентности является целостным процессом. При этом в конкретной образовательной организации должна быть

определена ответственность за те или иные компоненты этой компетентности, относящаяся к отдельным учителям, прежде всего, к учителям математики, физики и информатики. Наиболее естественным, эффективным и продолжающим, в основном, российскую традицию, является следующее разделение:

- учитель математики: алгебра, геометрия, теория вероятностей;
- учитель физики: реальная математика, операциональное освоение векторов, тригонометрии, понятий математического анализа, статистика: измерения и сбор данных, анализ и визуализация;
- учитель информатики: разделы математики, применяемые в информатике: дискретная математика, включая комбинаторику, алгоритмика.

Учителя информатики и физики также могут обеспечить освоение учащимися инструментов математической деятельности. Желательно при этом, чтобы примеры использования таких инструментов присутствовали и в деятельности, которую организует учитель математики. Освоение других инструментов, например, графических и текстовых редакторов, перестает быть частью предмета «информатика» и входит в другие школьные дисциплины – те, где соответствующие инструменты используются.

Представляется целесообразным также введение объединенного экзамена в 9-ом классе по математике, включающего и оценивание знаний по информатике.

Разделение объема урочных занятий и домашних заданий между школьными предметами может отражать разделение содержания между учителями. Переход от штатного расписания к новой системе оплаты труда и оплаты по результату может сделать гибкое распределение нагрузки между учителями реальным.

Программа реализуется из расчета 5 часов в неделю в 5-6 классах, 6 часов - в 7-9 классах.

## II. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Стандартные обозначения числовых множеств. Пустое множество и его обозначение. Подмножество. Объединение и пересечение множеств.

Иллюстрация отношений между множествами с помощью диаграмм Эйлера—Венна.

Понятие о равносильности, следовании, употребление логических связок *если..., то, в том и только в том случае*, логические связки *для всех, существует*.

Определение. Аксиомы и теоремы. Доказательство. Доказательство от противного. Теорема, обратная данной. Пример и контрпример.

Приемы, помогающую обнаружить ошибку в рассуждениях и вычислениях;

### **Целые, рациональные и действительные числа.**

Свойства и признаки делимости. Простые и составные числа. Степень с целым показателем и её свойства. Совокупность простых множителей натурального числа. Деление с остатком. Алгоритм Евклида поиска общей меры двух отрезков и НОД.

Множество рациональных чисел. Основное свойство дроби. Нахождение части от целого и целого по его части. Сравнение рациональных чисел. Арифметические действия с рациональными числами. Десятичные дроби. Сравнение десятичных дробей. Арифметические действия с десятичными дробями. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и обыкновенной в виде десятичной.

Проценты; нахождение процентов от величины и величины по её процентам. Отношение; выражение отношения в процентах. Пропорция; основное свойство пропорции.

Решение текстовых задач арифметическими способами.

Квадратный корень, корень третьей степени из числа. Свойства арифметических квадратных корней и их применение к преобразованию числовых выражений и вычислениям.

Несоизмеримость стороны и диагонали квадрата, понятие об иррациональном числе. Иррациональность числа  $\sqrt{2}$

Множество действительных чисел; представление действительных чисел бесконечными десятичными дробями. Сравнение действительных чисел. Изображение чисел точками координатной прямой. Числовые промежутки.

Декартовы координаты на плоскости. Соответствие между парами чисел и точками на плоскости, между множествами пар и множествами точек. Параболы, гиперболы, окружности, задаваемые уравнениями.

**Измерения, приближения, оценки.** Размеры объектов окружающего мира (от элементарных частиц до Вселенной), длительность процессов в окружающем мире. Выделение множителя — степени десяти в записи числа.

Округление десятичных дробей. Оценка результатов измерений и вычислений.

Приёмы, рационализации вычислений.

Прикидка при преобразовании выражений, решении уравнений и неравенств. Использование для прикидки приближенные значения чисел в исходном данном и промежуточных результатах вычислений.

**Алгебраические выражения.** Подстановка выражений вместо переменных. Допустимые значения переменных.

Преобразование буквенных выражений на основе свойств арифметических действий. Равенство буквенных выражений. Тождество.

Одночлены и многочлены. Степень многочлена. Сложение, вычитание, умножение многочленов. Преобразование произведения многочленов в многочлен. Формулы сокращённого умножения: квадрат суммы и квадрат разности. Формула разности квадратов. Разложение многочленов на множители. Многочлены от одной переменной. Стандартная форма многочлена от одной переменной

Корень многочлена. Квадратный трёхчлен; разложение квадратного трёхчлена на множители.

Алгебраическая дробь. Основное свойство алгебраической дроби. Сложение, вычитание, умножение, деление алгебраических дробей.

Доказательство тождеств.

**Уравнения.** Корень уравнения.

Равносильность уравнений.

Линейное уравнение. Квадратное уравнение: формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Решение уравнений, сводящихся к линейным и квадратным. Примеры решения уравнений третьей и четвертой степеней. Решение дробно-рациональных уравнений.

Уравнение с двумя неизвестными. Линейное уравнение с двумя неизвестными, примеры решения уравнений в целых числах.

Система уравнений с двумя неизвестными. Равносильность систем. Системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Примеры решения систем нелинейных уравнений с двумя неизвестными.

Решение текстовых задач алгебраическим способом.

Графическая интерпретация уравнения с двумя неизвестными. График линейного уравнения с двумя неизвестными; угловой коэффициент прямой; условие параллельности прямых. Графическая интерпретация систем уравнений с двумя неизвестными.

**Неравенства.** Числовые неравенства и их свойства.

Неравенство с одной переменной. Равносильность неравенств. Линейные неравенства с одной переменной. Квадратные неравенства. Системы неравенств с одной переменной, их графическая интерпретация.

**Функции.** Понятие функции, область определения и область значения функции. График функции. Задание функций формулами; вычисления по формулам. Примеры графиков функций, задаваемых формулами и получаемых в результате измерений, в том числе – цифровыми измерительными приборами, с автоматической регистрацией.

Свойства функции, их отражение на графике. Примеры функций; прямая пропорциональность; обратная пропорциональность, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с показателем 3, функции  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $y = |x|$ . их графики и свойства.

**Числовые последовательности.** Понятие числовой последовательности. Задание последовательности рекуррентной формулой и формулой  $n$ -го члена.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы  $n$ -го члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы первых  $n$  членов. Изображение членов арифметической и геометрической прогрессий точками координатной плоскости. Линейный и экспоненциальный рост. Сложные проценты.

**Описательная статистика.** Представление и получение данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Статистические характеристики набора данных: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах. Представление о выборочном исследовании.

**Случайные события и вероятность.** Понятие о случайном опыте и случайном событии. Частота случайного события. Статистический подход к понятию вероятности. Вероятности противоположных событий. Достоверные и невозможные события. Равновозможность событий. Классическое определение вероятности.

**Комбинаторика.** Решение комбинаторных задач перебором вариантов. Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал.

### **Геометрия.**

Фигуры на плоскости и их наглядные представления: точка, прямая, отрезок, луч, угол, ломаная, многоугольник, окружность, круг. Четырёхугольник, прямоугольник, квадрат. Треугольник, виды треугольников. Правильные многоугольники. Взаимное расположение двух прямых, двух окружностей, прямой и окружности. Изображение геометрических фигур и их конфигураций.

Наглядные представления о пространственных фигурах: куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, сфера, конус, цилиндр. Изображение пространственных фигур. Примеры сечений. Многогранники. Правильные многогранники. Примеры развёрток многогранников, цилиндра и конуса. Изготовление моделей пространственных фигур.

Длина отрезка, ломаной. Единицы измерения длины. Измерение длины отрезка, построение отрезка заданной длины. Неравенство треугольника.

Виды углов. Градусная мера угла. Измерение и построение углов с помощью транспортира. Вертикальные и смежные углы. Биссектриса угла.

Геометрическое место точек.

Задачи на построение.

Параллельные и пересекающиеся прямые. Перпендикулярные прямые. Теоремы о параллельности и перпендикулярности прямых. Перпендикуляр и наклонная к прямой. Серединный перпендикуляр к отрезку.

Равенство фигур. Центральная, осевая и зеркальная симметрии. Изображение симметричных фигур.

Свойства биссектрисы угла и серединного перпендикуляра к отрезку.

Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника. Равнобедренные и равносторонние треугольники; свойства и признаки равнобедренного треугольника. Признаки равенства треугольников. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника. Обобщенная теорема Фалеса. Подобие треугольников. Признаки подобия треугольников. Теорема Пифагора. Синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла прямоугольного треугольника и углов от  $0$  до  $180^\circ$ , приведение к острому углу. Основное тригонометрическое тождество. Формулы, связывающие синус, косинус, тангенс, котангенс одного и того же угла. Решение треугольников: теорема косинусов и теорема синусов. Замечательные точки треугольника.

Четырёхугольник. Параллелограмм, его свойства и признаки. Прямоугольник, квадрат, ромб, их свойства и признаки. Трапеция, средняя линия трапеции.

Многоугольник. Периметр многоугольника. Выпуклые многоугольники. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники.

Окружность и круг. Дуга, хорда. Сектор, сегмент. Центральный угол, вписанный угол; величина вписанного угла. Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей. Касательная и секущая к окружности, их свойства. Вписанные и описанные многоугольники. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника.

Геометрические преобразования. Движения: осевая и центральная симметрии, параллельный перенос, поворот. Подобие фигур и гомотетия.

Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми.

Длина окружности, число  $\pi$ , длина дуги окружности.

Градусная мера угла, соответствие между величиной центрального угла и длиной дуги окружности.

Площадь фигуры; единицы измерения площади.

Площадь прямоугольника, квадрата. Приближённое измерение площади фигур на клетчатой бумаге. Равновеликие фигуры. Разрезание и составление геометрических фигур.

Объёма; единицы объёма. Объём прямоугольного параллелепипеда, куба.

Координаты середины отрезка. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.

Длина (модуль) вектора. Равенство векторов. Коллинеарные векторы. Координаты вектора. Умножение вектора на число, сумма векторов, разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов.

Решение задач на вычисление, доказательство и построение с использованием свойств изученных фигур и изученных формул.

**Информация и способы её представления.** Слово «информация» в обыденной речи. Информация как объект (данные) и как процесс (информирование). Термин «информация» (данные) в курсе информатики.

Описания. *Язык. Письмо. Знак.* Алфавит. Символ («буква»). Расширенный алфавит русского языка (знаки препинания, цифры, пробел). Количество слов данной длины в данном алфавите.

*Разнообразие языков и алфавитов. Неполнота текстового описания мира. Литературные и научные тексты. Понятие о моделировании (в широком смысле) при восприятии мира человеком.*

Кодирование текстов. Кодовая таблица. Представление текстов в компьютерах. Все данные в компьютере — тексты в двоичном алфавите. Двоичный алфавит. Азбука Морзе. Двоичные коды с фиксированной длиной кодового слова (8,

16, 32). Количество символов, представимых в таких кодах. Понятие о возможности записи любого текстового сообщения в двоичном виде.

*Примеры кодов. Код КОИ-8. Представление о стандарте Юникод. Значение стандартов для ИКТ.*

Знакомство с двоичной записью целых чисел. Запись натуральных чисел в пределах 256.

*Нетекстовые (аудиовизуальные) данные (картины, устная речь, музыка, кино). Возможность дискретного (символьного) представления аудиовизуальных данных.*

*Размер (длина) текста как мера количества информации. Сложность объекта, как длина кратчайшего описания объекта.*

Бит и байт — единицы размера двоичных текстов, производные единицы.

Понятие о носителях информации, используемых в информационно-коммуникационных технологиях (далее – ИКТ), их истории и перспективах развития. Виды памяти современных компьютеров. Оперативная и внешняя память. Представление о характерных объёмах оперативной памяти современных компьютеров и внешних запоминающих устройств. Представление о темпах роста этих характеристик по мере развития ИКТ . Сетевое хранение данных.

Понятие файла. Типы файлов. Характерные размеры файлов различных типов — текстовых (страница печатного текста, «Война и Мир», БСЭ), видео, файлы данных космических наблюдений, файлы данных при математическом моделировании и др.

**Основы алгоритмической культуры.** Понятие исполнителя. Обстановка (среда обитания) исполнителя. Возможные состояния исполнителя. Допустимые действия исполнителя, система команд, конечность набора команд. Примеры исполнителей. Построение моделей реальных объектов и процессов в виде исполнителей.

Понятие алгоритма как описания поведения исполнителя при заданных начальных данных (начальной обстановке). Алгоритмический язык — формальный язык для записи алгоритмов. Программа — запись алгоритма на алгоритмическом

языке. Непосредственное и программное управление исполнителем. Неветвящиеся (линейные) программы.

Утверждения (условия). Истинность утверждений. Логические значения, логические операции и логические выражения. Проверка истинности утверждений исполнителем.

Алгоритмические конструкции, связанные с проверкой условий: ветвление (условный оператор) и повторение (операторы цикла в форме «пока» и «для каждого»). Понятие вспомогательного алгоритма.

Понятие величины (переменной). Типы величин: целые, вещественные, символьные, строковые (цепочки), логические, табличные (массивы), графы, деревья, списки.

Методы разработки и отладки программ (пошаговое выполнение, отладка, тестирование).

**Использование программных систем и сервисов.** Устройство компьютера. Основные компоненты современного компьютера. Процессор, оперативная память, внешние запоминающие устройства, средства коммуникации, монитор. Гигиенические, эргономические и технические условия эксплуатации средств ИКТ.

Компьютерные вирусы. Антивирусная профилактика.

Файл. Каталог (директория). Файловая система. Основные операции при работе с файлами: создать файл, удалить файл, скопировать файл. Оперирование компьютерными информационными объектами в наглядно-графической форме: создание, именование, сохранение, удаление объектов, организация их семейств.

Архивирование и разархивирование.

Динамические (электронные) таблицы. Использование формул. Составление таблиц. Построение графиков и диаграмм. Понятие о сортировке (упорядочивании) данных.

Поиск информации в файловой системе, базе данных, Интернете. Ссылки. Браузеры. Компьютерные энциклопедии и компьютерные словари. Запросы по одному и нескольким признакам. Поисковые машины.

*Постановка вопроса о достоверности полученной информации, о её подкреплённости доказательствами. Знакомство с возможными подходами к оценке достоверности информации (оценка надёжности источника, сравнение данных из разных источников и в разные моменты времени и т. п.).*

Передача информации. Источник и приёмник информации. Основные понятия, связанные с передачей информации (канал связи, скорость передачи информации по каналу связи, пропускная способность канала связи).

Организация взаимодействия в информационной среде: электронная переписка, чат, форум, телеконференция, сайт.

Личная информация. Основные средства защиты личной информации, предусмотренные компьютерными технологиями. Организация личного информационного пространства.

Примеры применения ИКТ: связь, информационные услуги, научно-технические исследования, управление и проектирование, анализ данных, образование (дистанционное обучение, образовательные источники).

Тенденции развития ИКТ (суперкомпьютеры, мобильные вычислительные устройства).

Стандарты в сфере информатики и ИКТ. Право в информационной сфере. Базовые представления о правовых аспектах использования компьютерных программ и работы в сети Интернет.

**Моделирование.** Понятие модели объекта, процесса или явления. Математическая и компьютерная модель. Переход от реальной ситуации к словесному описанию, математической модели и компьютерной модели.

Примерная схема использования математических и компьютерных моделей при решении научно-технических задач: построение математической модели, её программная реализация, проведение компьютерного эксперимента, анализ его результатов.

**Математика в историческом развитии.** История формирования понятия числа: натуральные числа, дроби, недостаточность рациональных чисел для геометрических измерений, иррациональные числа. Старинные системы записи

чисел. Дроби в Вавилоне, Египте, Риме. Открытие десятичных дробей. Старинные системы мер. Десятичные дроби и метрическая система мер. Появление отрицательных чисел и нуля. Л. Магницкий. Л. Эйлер.

Зарождение алгебры в недрах арифметики. Ал-Хорезми. Рождение буквенной символики. П. Ферма. Ф. Виет. Р. Декарт. История вопроса о нахождении формул корней алгебраических уравнений, неразрешимость в радикалах уравнений степени, большей четырёх. Н. Тарталья, Дж. Кардано, Н. Х. Абель. Э. Галуа.

Изобретение метода координат, позволяющего переводить геометрические рассуждения на язык алгебры. Р. Декарт и П. Ферма. Примеры различных систем координат на плоскости.

Задача Леонардо Пизанского (Фибоначчи) о кроликах, числа Фибоначчи. Задача о шахматной доске.

Истоки теории вероятностей: страховое дело, азартные игры. П. Ферма и Б. Паскаль. Я. Бернулли. А. Н. Колмогоров.

От землемерия к геометрии. Пифагор и его школа. Фалес. Архимед. Построения с помощью циркуля и линейки. Построение правильных многоугольников. Трисекция угла. Квадратура круга. Удвоение куба. История числа  $\pi$ . Золотое сечение. «Начала» Евклида. Л. Эйлер. Н. И. Лобачевский. История пятого постулата. Софизм, парадоксы.

К. Гедель, ограниченность аксиоматического метода.

Математические машины. Ч. Бэббидж, А. Лавлейс. Первые универсальные компьютеры. Фон Нойман, А. Тьюринг, С. А. Лебедев.

### III. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ

#### 5 класс

**В математическую компетентность после 5 класса входят все элементы математической компетентности после начальной школы, расширенные за счет перехода от целых чисел к рациональным: обыкновенным и десятичным дробям, возможность использовать имена (переменные) в алгебраических выражениях, решение уравнений:**

- использовать соответствие между именем и значением;
- различать истинные и ложные утверждения; устанавливать истинность утверждения в различных ситуациях, в частности, при различных значениях входящих в него имен; понимать смысл словосочетаний «для всех», «существует» в применении к утверждениям;

- строить какой-нибудь объект, соответствующий данному описанию; строить множество всех таких объектов;

- строить математические рассуждения: цепочки шагов в доказательстве, разбирать случаи, приводить контрпример к общему утверждению;

- строить и применять алгоритм систематического перебора вариантов, в том числе с использованием дерева перебора;

*Примеры: задача о поиске двух одинаковых объектов в совокупности (представленной графически), задача о рюкзаке (с реальными пластинами целых длин), задача о поиске кратчайшего пути в графе (сети дорог).*

- строить совокупности всех объектов, удовлетворяющих условию, определять количество элементов совокупности; оперировать с комбинаторными конструкциями: перестановки, сочетания; знать определение и обозначение для функции факториал;

- строить, исходя из «нужного и возможного», и применять линейный алгоритм последовательного нахождения неизвестных величин

(присваивания именам значений) по реальной ситуации или ее описанию в задаче;

*Примеры: «арифметическое» решение задачи «по вопросам» с последовательностью арифметических действий и присваиваний.*

- выполнять и строить алгоритмы и программы, использующие ветвление и повторение в стандартных обозначениях, в том числе в структурном экранном редакторе;

*Примеры: алгоритмы для робота в лабиринте.*

- строить древесные классификации;
- играть в игру с полной информацией, действовать по заданной стратегии, строить дерево игры, стратегию выигрыша;

*Примеры: игра «Ним» (есть несколько куч камешков, игроки по очереди берут камешки, на количество взятых камешков наложено ограничение).*

- знать законы арифметики (переместительный, сочетательный и распределительный) и использовать их при вычислениях; уметь наглядно иллюстрировать справедливость этих законов;

- оперировать с русскими числовыми (до миллиарда) и логическими (каждый, существует, рассмотрим случай) словами, наименованиями базовых объектов, их частей, операций над ними и отношений между ними, словами, относящимися к измерениям, распознавать и называть многоугольники с различным числом сторон, прямоугольники, квадраты, круги;

- выполнять операции с совокупностями, цепочками, одномерными и двумерными таблицами, в том числе строить сумму и объединение (максимум) совокупностей, строить таблицу по совокупности, совокупность по таблице; находить следующий элемент цепочки и т.д.;

- пересчитывать предметы (выписывать соответствующее десятичное число) в количестве до десяти тысяч;

- устанавливать соответствие между (десятичными) числами и их изображениями на числовой прямой, площадями полосок;

- заполнять одномерную и двумерную таблицу данными;

*Пример: строить таблицы сложения и умножения (чисел от 0 до 9).*

- отыскивать в таблице аргумент по заданному значению функции от одного или двух аргументов;

*Пример: отыскивать результат вычитания или деления в таблицах сложения и умножения.*

- устанавливать соответствие между парами чисел (одномерными таблицами длины 2) и точками на плоскости, между множествами пар и множествами точек;

- выполнять арифметические действия с десятичными числами в уме, используя алгоритмы вычисления «в столбик», калькулятор; формулировать алгоритмы и демонстрировать соответствие вычислений в пределах сотни наглядному представлению; выполнять операции над рациональными числами (в форме обыкновенных и десятичных дробей), приводить обыкновенную дробь к стандартному виду (целое с правильной несократимой дробью); пользоваться процентами;

- выполнять сравнение (десятичных) чисел, использовать транзитивность отношений больше и меньше, формулировать алгоритм и демонстрировать соответствие в пределах сотни наглядному представлению;

- находить совокупность простых множителей натурального числа (разлагать число на простые множители), находить произведение, НОД и НОК чисел, оперируя совокупностями множителей; знать признаки делимости на 2, 3, 5, кратные числа 11 в пределах ста и использовать эти знания при разложении натурального числа на простые множители;

- использовать натуральные показатели степени и сложение показателей степеней с одним основанием при перемножении чисел;

- тождественно преобразовывать математические выражения, учитывая скобки и приоритеты арифметических операций, пользуясь

законами арифметики, пользоваться сохранением значения выражения при любых значениях переменных;

- подставлять одно математическое выражение (в частности, число) вместо переменного имени в другое выражение. В частности, вычислять значение выражения при заданных числовых значениях входящих в него переменных. Устанавливать отсутствие значения, если в ходе вычисления знаменатель выражения оказывается равен нулю;

- проверять истинность равенств и неравенств при заданных значениях переменных;

- решать уравнения с одним неизвестным – находить их область истинности, изображать решение уравнения на числовой прямой;

*Пример: решать линейные уравнения и неравенства с одним неизвестным.*

- сравнивать отрезки по длине;
- измерять длины отрезков;
- оперировать с температурой, со временем, с весами, площадями, показаниями цифровых измерительных приборов, аналоговых часов;

- строить одномерные таблицы и их представления столбчатыми диаграммами (дискретными графиками) от руки на бумаге, вводя данные в компьютер, представляя уже имеющиеся в компьютере данные, загружая в компьютер данные, автоматически собранные цифровыми датчиками;

*Примеры: дни, недели, месяцы, годы рождения, рост, вес, любимые занятия учеников класса, погода в течение дня и по дням.*

- упорядочивать данные, находить наибольшее и наименьшее значение, строить гистограммы, диаграммы изменения;

- строить планы местности (класса, школьного этажа, участка), используя измерения, спутниковое позиционирование, нанося на них дополнительные данные;

- находить площади многоугольников с целочисленными вершинами, основываясь на площадях более простых фигур (прямоугольников и прямоугольных треугольников);

- составлять заданную геометрическую фигуру, используя данную совокупность фрагментов;

*Примеры: танграм, кубики Никитина.*

- вычислять объем прямоугольного параллелепипеда;
- сопоставлять трехмерный объект с возможной системой проекций;

### **Моделировать:**

- переходить от реальных ситуаций и процессов к их словесному описанию;

- переходить от словесного описания к графическому и формульному, и обратно;

### **используя:**

- совокупности, цепочки, деревья, числа, таблицы, геометрические объекты и операции над ними; их графические представления;

- в том числе, решать задачи, где используется:

- суммирование результатов изменения со временем,

- суммирование однонаправленных и противоположенных эффектов двух процессов,

- представление числа в виде суммы кратных двух или трех заданных чисел,

- нахождение наибольшего числа, кратного заданному и не превосходящего другое данное (наибольшее количество объектов, которое можно купить в пределах заданной суммы); нахождение наименьшего числа, не меньшего другое данное, (наименьшее количество транспортных средств, нужное для перевозки заданного груза);

- математические описания в форме диаграмм, представляющих количества площадями и длинами, множества однородных величин областями на целочисленной прямой и на целочисленной плоскости;

- формульные описания;

- словесные описания;

**получая результаты моделирования** в виде числовых и иных объектов, утверждений, экранных объектов, ситуаций, процессов;

**интерпретируя** результаты моделирования.

## **6 класс**

**В математическую компетентность после 6 класса входят все элементы математической компетентности после 5 класса.**

**По завершении 6 класса учащийся может:**

- использовать запись числа в десятичном виде с множителем – степенью 10 для выражения размеров объектов, длительности процессов в реальном мире, переходить к обычной записи, сравнивать числа, записанные в таком виде;

- находить приближения десятичных чисел с требуемым числом разрядов до или после запятой, с недостатком или избытком;

- использовать свойства возведения в степень (степени с натуральным показателем);

- выполнять оценку значения алгебраического выражения, если известны оценки для значений входящих в него переменных;

- для заданного алгебраического выражения отмечать на плоскости точки, соответствующие парам: значение переменной, значение выражения. Выполнять наброски графика функции, соответствующей выражению, проверять свои гипотезы о ходе графика, с помощью ручных вычислений и компьютера;

- преобразовывать неравенства (больше, меньше) математических выражений, сохраняя их истинность при любых значениях переменных, пользуясь законами арифметики, свойствами равенства и неравенства;

- решать неравенства с одним неизвестным: находить их область истинности, изображать решение неравенства на числовой прямой;

*Пример: решать линейные неравенства с одним неизвестным.*

- выражать переменную из уравнения;

*Пример: Выразить переменную из уравнения, линейного относительно нее.*

- выполнять прикидку при преобразовании выражений, решении уравнений и неравенств. Использовать для прикидки приближенные значения чисел в исходном данном и промежуточных результатах вычислений;

- использовать приёмы, рационализирующие вычисления, выбирая подходящий для ситуации способ;

- использовать приемы, помогающие обнаружить ошибку в рассуждениях и вычислениях;

- пользоваться пропорциями;

- строить и применять алгоритм Евклида: поиска общей меры двух отрезков и НОД, строить программу для алгоритма Евклида;

- использовать оценки в реальных измерениях и вычислениях;

- упорядочивать и группировать данные вручную с и помощью компьютера, используя среду динамических таблиц. Находить наибольшее, наименьшее, сумму, среднее ряда чисел;

- находить вероятности событий, получающихся как комбинации равновероятных;

- получить опыт экспериментального наблюдения частот случайных событий (бросание кубика, случайности в явлениях окружающего мира);

- программировать динамическую таблицу для нахождения частот отдельных значений последовательности; ознакомиться со статистическим подходом к определению вероятности на основе знакомства с понятием статистической устойчивости;
- приводить различные примеры достоверных, невозможных, случайных и несовместных событий, распознавать их в конкретных ситуациях; формулировать в конкретных ситуациях, в чем состоит событие, противоположное данному; сумма и произведение двух случайных событий;
- проводить доказательство теорем о вероятности суммы несовместных событий, вероятности противоположного события);
- переходить от реальных ситуаций и процессов и их словесного описания к алгебраической модели и соответствующему ей уравнению;
- исходя из представленных законов физики, выражать одни переменные через другие, находить значение неизвестной величины, если заданы значения других.

*Примеры, законы:*

- *равномерного прямолинейного движения;*
- *упругой деформации;*
- *изменения потенциальной энергии;*
- *работы постоянной силы.*

## **7 класс**

**В математическую компетентность после 7 класса входят все элементы математической компетентности после 6 класса.**

**Основным расширением является «функциональный взгляд».**

**По завершении 7 класса учащийся может:**

- применять функцию к аргументам;

*Пример: функции нескольких переменных, кусочно-заданные алгебраическими выражениями, в частности  $y = |x|$  и  $y = \frac{k}{x}$ .*

- находить область определения функции одного переменного, отмечать ее на числовой прямой;

*Пример: для функций, кусочно-заданных алгебраическими выражениями, выделять случай равенства нулю знаменателя.*

- строить одномерную таблицу значений функции одного переменного при заданном конечном наборе значений переменного;

*Пример: для функций, кусочно-заданных алгебраическими выражениями.*

- строить графики функций одного переменного, кусочно-заданных алгебраическими выражениями, осуществлять параллельные переносы графика, соответствующие модификациям функции, в том числе:

- с помощью компьютера или графического калькулятора,
- без компьютера: линейных функций; функций:

$$y = x^2, y = -x^2, y = |x| \text{ и } y = \frac{k}{x},$$

и описывать их свойства;

- строить набросок графика алгебраической функции, представленной в виде произведения линейных функций и обратных к ним; находить область определения, множество значений, нули, промежутки знакопостоянства. Решать соответствующие алгебраические неравенства методом интервалов;

- строить график измерений, получаемых цифровым датчиком с помощью компьютера, интерполировать результаты измерений. Строить программу для построения графика функции. Сопоставлять результаты измерения с теоретическими. Давать качественное словесное описание процессам по графику. Обеспечивать движение тела в пространстве так, чтобы его график был близок к заданному;

- анализировать данные, собираемые вручную, имеющиеся в компьютере или получаемые в результате цифровых измерений; вести анализ вручную, с применением программ статистической обработки, с использованием динамических таблиц, или процедурного программирования, используя операции присваивания и обработку таблиц (массивов). Представлять данные в виде таблиц и диаграмм распределения частот, находить среднее значение, объем, размах, моду, медиану ряда данных. Извлекать информацию о данных из таблиц и диаграмм;

- решать задачу об оптимизации расходов, варианты которых задаются кусочно-линейными функциями от исходного данного, при каждом его значении;

- определять на геометрическом чертеже прямые, точки, отрезки, углы, треугольники, в том числе – по именам, имеющимся на чертеже. Присваивать имена объектам на чертеже;

- доказывать геометрические утверждения при решении задач на доказательство, вычисление, построение, используя ранее доказанные факты;

- знать и применять неравенство треугольника, утверждение о кратчайшей кривой, соединяющей две точки;

- сравнивать углы;

- знать и применять признаки равенства треугольников;

- знать определение параллельности и аксиому о параллельности;

- знать определение параллелограмма, признаки и свойства параллелограмма;

- знать определение прямого угла, высоты треугольника и параллелограмма;

- знать и применять теорему о сумме углов треугольника;

- знать и уметь доказывать формулы площади параллелограмма, треугольника (с использованием формулы площади прямоугольника);

- выполнять и создавать алгоритмы геометрических построений циркулем и линейкой. Решать задачи на построение: проведение перпендикуляра к прямой, деление отрезка пополам, построение параллельной прямой, построение треугольника по его элементам.

## **8 класс**

**Основными элементами компетентности к концу 8 класса является расширение представления о числах, умение решать квадратные уравнения и умения работать с многочленами, представления о пропорциональности в геометрии.**

**По завершении 8 класса учащийся может:**

- знать и использовать при арифметических и алгебраических преобразованиях формулы сокращенного умножения;
- вычислять значения степеней с целыми показателями;
- знать определение стандартного вида многочлена от одного переменного. Приводить многочлен к стандартному виду. Разлагать многочлен на множители. Выполнять разложение многочленов в системах компьютерной алгебры;
- понимать и использовать обозначения  $y = \sqrt{x}$ , и функцию извлечения квадратного корня;
- иметь представление об иррациональных числах, множестве действительных чисел, находить десятичные приближения рациональных и иррациональных чисел, сравнивать и упорядочивать действительные числа;
- приближенно вычислять квадратные корни с помощью калькулятора; аналитически сравнивать по величине квадратные корни с рациональными числами;
- знать доказательство иррациональности корня из двух;
- строить графики квадратичной функции, функций  $y = \sqrt{x}$  описывать их свойства;

- решать квадратные уравнения, выделяя полный квадрат и использовать формулы корней;
- решать рациональные уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, включая отбор корней;
- описывать и применять алгоритм, строить программу для схемы Горнера деления многочленов;
- строить программы для перевода из двоичной записи в десятичную и обратно;
- решать задачи «на совместную деятельность», приводящие к квадратным уравнениям;
- решать задачи на анализ процесса с квадратичным изменением;
- знать и применять утверждение о пропорциональности отрезков, отсекаемых параллельными прямыми на двух прямых – (обобщенную) теорему Фаллеса. Делить отрезок на произвольное количество равных частей с помощью циркуля и линейки;
- знать определение подобных многоугольников, свойство равенства соответствующих углов, понятие коэффициента подобия и свойство отношения площадей подобных треугольников, выявлять и использовать подобие геометрических фигур.
  - знать, уметь доказывать и применять теорему Пифагора.
  - знать понятие прямоугольной декартовой системы координат, формулу для вычисления расстояния на плоскости.
  - знать и применять начальные понятия тригонометрии, использовать тригонометрические функции угла, меньше развернутого.
  - знать понятие вектора на плоскости, свойств линейных операций над векторами и скалярного произведения векторов, их выражения в координатах.
  - знать и применять теорему косинусов.

- знать определение и уметь вычислять квадратичное отклонение в серии измерений.

## **9 класс**

**Основными элементами компетентности к концу 9 класса являются умение строить графики тригонометрических функций, применять понятие производной, распознавать кривые и фигуры, заданные уравнениями и неравенствами на плоскости, знать и применять свойства векторов, в том числе в их приложениях в геометрии и физике.**

**По завершении 9 класса учащийся может:**

- пользоваться определениями и обозначениями тригонометрических функций от произвольного действительного числа. Уметь строить их графики, в том числе измеряя величины вручную и в динамической геометрии, в системах компьютерной алгебры;

- экспериментально для различных кривых находить приближение к касательной и приближенное значение производной. С использованием компьютера находить более точные приближения и, где это возможно, точные значения;

- строить графики производной для квадратичных, кубических функций, синуса и косинуса. Строить графики производных элементарных функций в системах компьютерной алгебры;

- вычислять вручную производную многочлена. Вычислять производные элементарных функций в системах компьютерной алгебры;

- выполнять операции сложения и умножения на число над векторами (одномерными таблицами). Для двумерных векторов (таблиц ширины 2): изображать векторы, откладывать вектор от точки («приложение к точке»);

- использовать сложение и разложений векторов по осям при решении задач статики и динамики, в том числе движения тела по наклонной плоскости, движения тела, брошенного под углом к горизонту;

- экспериментально, в виртуальной лаборатории, находить вектор скорости и ускорения для тела, движущегося по окружности;
- знать и применять стандартные обозначения для операций над множествами, как совокупностями специального вида;
- находить множество решений системы уравнений:
  - для систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными;
- наглядно представлять на плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя неизвестными:
  - для систем линейных уравнений и неравенств;
- распознавать и преобразовывать уравнения окружности, прямой, параболы, гиперболы;
- решать уравнения с модулем; применять при решении систем уравнений различные методы, включая замену переменных, интерпретировать и оценивать результат;
- применять системы уравнений в решении практико-ориентированных задач;
- воспринимать числовую последовательность, как функцию натурального аргумента, использовать различные способы задания последовательности: формулой общего члена, графиком, таблицей, моделировать реальные ситуации с помощью последовательностей;
- знать определения арифметической и геометрической прогрессий, как функций натурального аргумента. Уметь доказывать формулы для суммы первых членов прогрессий. Использовать формулы общего члена и суммы, подряд идущих членов арифметической и геометрической прогрессий, производить расчеты простых и сложных процентов;
- создавать программу перевода десятичной записи натурального числа в двоичную и программу, осуществляющую обратный перевод;

- знать определение касательной к окружности и уметь доказывать перпендикулярность касательной и радиуса, проведенного в точку касания;
- знать, уметь доказывать и использовать связь между величинами вписанного и центрального углов;
- знать и уметь доказывать теорему синусов;
- знать об использовании генераторов псевдослучайных чисел;
- проводить натурные и компьютерные эксперименты по нахождению длины окружности и площади круга с применением идеи геометрического приближения многоугольника к окружности и геометрической вероятности;
- знать и использовать формулы длины окружности и площади круга, знать целую часть и первый знак после запятой приближения числа  $\pi$ .

#### **IV. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫБОРУ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

Особенность математического образования, ясно выраженная в российском школьном математическом образовании, состоит в том, что **образованность проявляется в умении решать задачи** (понятие решения задачи включает в себя и доказательство теорем, и проверку гипотез, и моделирование реальности и др.). Такой деятельностный характер результатов является достоинством российской традиции. Это достоинство должно быть сохранено и расширено за счет повышения веса умения моделировать: формулировать модели реальных или гипотетических ситуаций и интерпретировать результаты моделирования. Все вместе эти умения образуют математическую компетентность. Особо подчеркнем, что декларируемая в течение десятилетий важность моделирования, все эти десятилетия не наращивалась, а снижалась, даже в отношении «текстовых» задач. Лишь в последние годы радикальной, и при этом конструктивно воспринятой учителем, мерой изменения ситуации стало введение «реальной математики» в государственную итоговую аттестацию за 9-ый класс.

Указанная особенность подчеркнута и усилена во ФГОС. В современной педагогической терминологии она представлена как деятельностный характер образовательного процесса.

Ключевым событием в направлении выявления требований к достигаемой математической компетентности стало введение ЕГЭ, за которым последовало даже более существенное введение **государственной итоговой аттестации** за основную школу. ГИА ежегодно задает требования к выпускникам 9-го класса явным предъявлением соответствующих заданий. Этот мощный и эффективный механизм, однако он обладает рядом существенных недостатков:

- Модель деятельности учащегося ограничена используемым форматом: невозможность коллективной работы, закрытость задания, жесткое ограничение времени и т. д.
- Шкала оценивания заданий не отражает их относительную сложность в различных естественных смыслах.
- Реальные экзаменационные материалы в значительной степени аналогичны демонстрационным материалам, объявляемым девятиклассникам в начале учебного года. Тем самым реализуется (не являющаяся неминуемым следствием ГИА или ЕГЭ) опасность «натаскивания» на ГИА – решение серий задач того типа, который предлагается «демоверсией».

Некоторые недостатки преодолеваются, в частности, **применением олимпиад** в качестве альтернативного оценивания результатов и интеграцией различных форм оценивания результата в портфолио.

Важным элементом в формулировании требований к математической компетентности является формирование **открытого банка заданий** по математике. Необходимо создание банка всех заданий различных типов, задания должны быть снабжены эффективными описаниями, решениями, возможными последовательностями прохождения материала (почасовым планированием и т. д.). Из этого банка могут браться, в частности, все задания для ГИА. Пока реализован

только банк заданий, ограниченный заданиями, ориентированными на использование в ГИА.

Наличие ГИА и открытого банка заданий не снимает проблемы создания нормативно-методических документов, характеризующих необходимый уровень математической компетентности выпускников основной школы, на основе которых строятся, в частности, т. н. кодификаторы для ГИА.

Дифференциация обучения в основной школе в соответствии с действующей нормативной базой обеспечивается за счет **индивидуализации и дополнительного образования**. При этом в ходе текущей и итоговой аттестации, формирования портфолио для учащихся, предлагаются рекомендации по продолжению образования в одном из следующих потоков старшей школы:

- математическая грамотность: при отрицательном результате ГИА обеспечивается возможность повторной сдачи и освоения математического содержания основной школы, с элементами содержания старшей школы;
- математическая культура: освоение математического содержания, направленное на общее развитие мыслительных и коммуникативных навыков обучающихся (в частности, способностей к логической аргументации, четкому формулированию понятий и т. д.), раскрытия и иллюстрирования важности математики в современном мире, культурно-исторической роли математики, истории математических идей и достижений;
- математические технологии и приложения: освоение математического содержания, направленное на его интенсивное использование при продолжении образования и в последующей профессиональной деятельности, в частности, навыков ручных и компьютерных преобразований, построения и использования математических моделей, программирования;
- фундаментальная математика: развитие творческих математических способностей учащихся, индивидуальное выявление

наиболее перспективных областей дальнейшего образования и деятельности.

Применение математики в современном мире практически всегда связано с цифровыми технологиями. Исключение составляет работа профессионального математика-теоретика, который получает новые результаты (доказывает теоремы, вводит определения), где компьютер занимает сегодня периферийную роль. Безусловно, роль математического образования никак не может быть сведена к чисто прикладному его аспекту. Поэтому бескомпьютерное решение задач по-прежнему должно оставаться основным видом деятельности на уроках математики. При этом для почти всех типов заданий обучающийся должен получить **опыт применения компьютера** для их выполнения. Разумно, чтобы компьютерные инструменты давали возможность обучающемуся получить как «школьное» решение, доказательство и т. д., так и принципиально иное, если это имеет смысл. Бескомпьютерное выполнение задания может специально поощряться. Но при этом учащийся должен получить опыт того, что во многих случаях с помощью компьютера он может решать более сложные задачи. Наиболее очевидными **областями применения компьютера** являются:

- динамическая геометрия (быстрое и аккуратное построение чертежа, возможность непрерывной трансформации конфигурации на экране и выполнения измерений, проверка гипотез с применением указанных средств);
- решение алгебраических уравнений и неравенств и их систем, другие элементы компьютерной алгебры (разложение на множители, нахождение производной и первообразной);
- визуализация – в частности, построение графиков, траекторий динамических систем, представление на экране математических процессов, меняющихся в «математическом времени» (в том числе – дискретном) объектов;
- измерение, сбор, регистрация числовых данных;
- обработка больших массивов числовых данных;

- вычисления по формулам, в том числе – организованным в динамические (электронные) таблицы (spreadsheets);
- моделирование вероятностных явлений (экспериментальная демонстрация частот и т. д.);
- создание и выполнение программ и стратегий взаимодействия, прежде всего, в визуальной среде.

Освоение этих математических технологий сегодня становится не только необходимой частью математического образования, но и частью общей культуры. Однако большинство учителей математики в России (как и в некоторых других странах) проявляет естественный консерватизм и отрицательно относится к использованию компьютера при решении задач, поскольку компьютер существенно меняет привычную для учителя деятельность ученика в таком решении.

С точки зрения видов учебной деятельности и спектра осваиваемых умений применение компьютера обеспечивает большую индивидуализацию и эффективность образовательного процесса:

- Для всех учащихся возникает возможность достижения оптимального баланса между различными видами учебной деятельности: вычислениями, планированием своей деятельности, рассуждением, прикидкой, построением модели, интерпретацией результата и т. д.
- Сегодня, зачастую от более слабых учащихся требуют только вычислительных навыков. В связи с давлением со стороны ГИА (и вообще, применением заданий, где требуется только верный ответ или выбор ответа) эта ситуация усугубляется. Решение задач с помощью компьютера позволяет более медленно работающим учащимся не отказываться вовсе от решения более сложных задач, а решать их, используя инструменты; простые задачи они решают без компьютера.
- Более сильные учащиеся, легче справляющиеся с техническими трудностями, получают достаточно времени для твердого

усвоения основных компьютерных и бескомпьютерных технологий математической деятельности.

- Таким образом, у всех учащихся может быть сформирована математическая компетентность, в том числе уверенность в использовании математических средств при решении жизненных и профессиональных задач.

В соответствии с уже принятыми директивными решениями, компьютер будет использоваться в ГИА, в том числе за 9-ый класс.